

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ВОЛОГДЫ
МУНИЦИПАЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДЕТСКО-ЮНОШЕСКИЙ ЦЕНТР «ЕДИНСТВО»

Рассмотрено на педагогическом совете
МУ ДО «ДЮЦ «Единство»
Протокол №4 от 31 мая 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор МУ ДО «ДЮЦ «Единство»

Приказ №43 от 31 мая 2024 г.

И.Н. Курина



Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
естественнонаучной направленности

ОСНОВЫ ЦИФРОВОЙ МАТЕМАТИКИ

Углублённый уровень

Возраст обучающихся: 14-18 лет
Срок реализации: 9 месяцев
Объём программы: 144 часа

Автор-составитель:
Смирнов Алексей Иванович,
педагог МУ ДО ДЮЦ «Единство»

Вологда

2024

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Основы цифровой математики» является программой *естественнонаучной направленности*.

Адаптация программы к требованиям цифровой экономики осуществлялась на основе опыта работы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.

Малкина Е.В., Швецов В.И. Интенсификация изучения математических дисциплин с использованием систем электронного обучения // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. 2016. № 2. С. 134-138.

Математика: тулкит. Светлана Говор – М.: Фонд новых форм развития образования, 2019 – 36 с.

Программа разработана в соответствии со следующими **нормативными документами**:

1. Федеральный Закон от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (с последующими изменениями).
2. Стратегия развития воспитания в РФ на период до 2025 года (распоряжение Правительства РФ от 29 мая 2015 г. № 996-р).
3. Указ Президента Российской Федерации «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года и на перспективу до 2036 года» от 07 мая 2024 года № 309.
4. Указ Президента Российской Федерации от 9 ноября 2022 г. № 809 «Об утверждении Основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей»;
5. «Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 года» утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 31 марта 2022 г. № 678-р.
6. Федеральный проект «Успех каждого ребенка», утвержденный президиумом Совета при Президенте РФ по стратегическому развитию и национальным проектам (протокол от 24 декабря 2018 года № 16).
7. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 г. № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».
8. Приказ Минпросвещения России от 27.07.2022 N 629 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам».
9. Санитарные правила СП 2.4.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи» (утверждены Постановлением Главного государственного санитарного врача РФ от 28.09.20 г. № 28).
10. Методические рекомендации по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (включая разноуровневые программы). Письмо Министерства образования и науки России от 18 ноября 2015 года №09-3242.
11. Устав МУ ДО «ДЮЦ «Единство».

Программа направлена на освоение основ цифровой экономики.

- Большие данные - обработка естественных языков (Natural language processing - NLP), базы данных (Database technology), интеллектуальный анализ данных (Data mining), обучение в мультимерном подпространстве (Multilinear subspace learning).
- Нейротехнологии и искусственный интеллект - компьютерная логика и рассуждение (Computer logic), вероятностные методы выбора в условиях неопределённости.
- Новые производственные технологии - аддитивные технологии и быстрое прототипирование (Additive manufacturing, rapid prototyping), 3D печать.
- Кибербезопасность - реализация мер по защите систем, сетей и программных приложений от цифровых атак. Такие атаки обычно направлены на получение доступа к конфиденциальной информации, ее изменение и уничтожение, на вымогательство у пользователей денег или на нарушение нормальной работы.
- Блокчейн (цепочка блоков) - распределённая база данных, у которой устройства хранения данных не подключены к общему серверу.
- Квантовые технологии - область физики, в которой используются специфические особенности квантовой механики, прежде всего квантовая запутанность.

В современных условиях «Цифровая экономика» - один из стратегических принципов развития Российской Федерации. Федеральный проект «Кадры для цифровой экономики» национальной программы «Цифровая экономика Российской Федерации» и государственная программа Российской Федерации «Развитие образования» направлены на совершенствование системы образования, которая должна создать ключевые условия для подготовки кадров и обеспечивать цифровую экономику компетентными кадрами. В условиях модернизации российского образования наиболее остро стоит вопрос о поисках резервов совершенствования качества образования, в том числе резервов дополнительного образования в интересах цифровой экономики.

Математика является экспериментальной наукой, членом семейства естественных наук. Значение математики для цифровой экономики невозможно переоценить. Создатель будущей цифровой экономики – математик, программист, специалист в когнитивных исследованиях, педагог, организатор, управленец, предприниматель и инвестор. В современной цифровой экономике основу составляет математическое моделирование. Цифровую экономику невозможно представить без машинного обучения, обработки больших данных, искусственного интеллекта. Современная цифровая экономика основана на глубокой интеграции математики и информатики.

Школьники, ориентированные на точные науки и инженерное образование, находят в математике то главное качество, которое они предполагают в своей будущей специальности, а именно, возможность самостоятельного решения сложных задач, основанное на логике и полученных знаниях. В концентрированном виде данное качество проявляется в *олимпиадных задачах по математике, многие из которых являются исследовательскими и позволяют увидеть проблему, выдвиг-*

нуть гипотезу, применить методы научного познания. Многие математические турниры на соревнованиях предлагают участникам исследовательские математические задачи и, как показывает опыт, даже отличная успеваемость ученика не гарантирует успеха на олимпиаде. Это связано с *недостаточной подготовкой к решению сложных олимпиадных задач носящих исследовательский характер*.

В успешном освоении олимпиадной математики важна её интеграция с информатикой. Владение навыками работы с информационными технологиями становятся необходимыми современному школьнику. Реализация компетентностного подхода в обучении заключается в привитии и развитии у школьников набора ключевых компетентностей, которые определяют его успешную адаптацию в обществе. К ним относятся и компетенции информационных технологий: прием, переработка, выдача, преобразование информации; владение интернет технологией. *«По сравнению с традиционным, в обучении с применением информационных компьютерных технологий усматриваются: более высокая мотивация обучаемых; подъем среднего уровня знаний и многих показателей достижений обучаемых; более высокий уровень критического и проблемного мышления; увеличение дискуссий, общения между обучаемыми и преподавателями»¹*.

Современный уровень развития информационных технологий дает новые возможности в освоении математических идей. В последние годы создано множество различных математических пакетов программ, таких как Maple, MathCad, Matlab, Mathematica, O-Matrix, Livemath, SPSS, Stadia, Statgraphics, Statistica, Systat, GeoGebra, интернет-проектов (например, Euklidia по решению геометрических задач) и др., которые помогают совершать математические и инженерные расчеты, производить аналитические преобразования, строить графики, проверять гипотезы, не прибегая к программированию. Используя комплексное сочетание нескольких программных систем Moodle, Math-Bridge, GeoGebra, MathCad, служащих для обучения, наглядного моделирования, управления обучением и контроля знаний, можно создавать обучающие приложения, которые помогут удовлетворить возрастающие потребности общества по содержанию обучения математике и методов её преподавания.

Содержание программы учитывает потребности детей, одарённых в области математики и компьютерных наук, для которых очень важно приобщение к математическим идеям, отсутствующим в школьной программе, а также работа в коллективе сверстников, увлечённых математикой.

Школьники-олимпиадники отличаются как феноменальным трудолюбием, так и способностью открывать новые подходы к решению проблем, *создавать новое знание*. Став специалистами, многие из них *участвуют в разработке цифровых технологий, внося вклад как в создание новых концепций, так и в их реализацию*.

Программа *«Основы цифровой математики»* направлена на освоение цифровых технологий именно школьниками-олимпиадниками в области математики и информатики.

Обучение по программе обеспечит *подготовку школьников к интеграции в высокотехнологичную среду*.

Цель программы: личностное и интеллектуальное развитие обучающихся в процессе освоения *олимпиадных математических идей и решения исследовательских*

¹ Ю.В. Садовничий, Р.М. Туркменов Вестник РУДН, серия *Информатизация образования*, 2015, № 2 78-85

задач с применением современных информационных цифровых технологий и интернет ресурсов.

Задачи программы:

1. Развивать социокультурный и личностный смысл усвоения идей математики и *современных инструментов познания* (мировоззрение, смыслы, ценности, убеждения, этика цифровых технологий, профориентация).
2. Развивать коммуникативные навыки, навыки работы в команде, *общения в информационной цифровой среде* как основу научного общения.
3. Формировать методологические умения творческого (латерального) мышления в процессе решения исследовательских математических задач и разработки авторских задач с применением информационных цифровых технологий.
4. Развивать методологические навыки проектно-исследовательской деятельности при решении и составлении математических задач.
5. Актуализировать и обогатить знания, умения и навыки в области информационных цифровых технологий и интернет ресурсов как инструментов освоения математических идей.
6. Формировать знания и умения по решению нестандартных, исследовательских математических задач с использованием компьютерных цифровых технологий и интернет ресурсов.

Отличительные особенности программы

Отличительной особенностью дополнительной общеразвивающей программы «Основы цифровой математики» является *использование информационных цифровых технологий и интернет ресурсов как инструмента освоения идей математики и решения исследовательских математических задач, что способствует развитию методологических умений и навыков креативного мышления и проектно-исследовательской деятельности, повышению технологической грамотности обучающихся при работе в цифровой среде.*

В качестве основной программной математической системы выбрана популярная и хорошо зарекомендовавшая себя модульная объектно-ориентированная динамическая учебная среда Moodle². Moodle предлагает огромное количество возможностей для создания и хранения учебных материалов, оценивания знаний обучающихся, взаимодействия между учащимися и преподавателем. Множество настроек в системе позволяет адаптировать её под разные потребности. Так как эта среда использует веб-технологии, то с помощью гиперссылок можно использовать в системе различные интернет ресурсы. Кроме того, специально разработанные модули, включенные в Moodle, позволяют использовать и синхронизировать учётную информацию из внешних специализированных обучающих систем, использовать нестандартные иллюстрации и тексты в качестве элементов обучения.

В качестве внешней системы обучения используется Math-Bridge³. Math-Bridge – это прежде всего интеллектуальная система обучения математике, построенная на иных принципах, чем Moodle. Система Math-Bridge изначально была задумана как интеллектуальная адаптивная платформа и создавалась по технологии

² Официальный сайт Moodle URL: <https://moodle.org/?lang=ru>

³ Официальный сайт Math-Bridge. URL: <http://www.math-bridge.org/>

построения систем искусственного интеллекта⁴. В этой системе имеется база знаний учебного материала, в которой поддерживается кросс-культурный и многоязычный доступ. Весь учебный материал в Math-Bridge разделён на атомарные объекты, называемые элементами знаний («knowledge items»), из которых строятся учебные объекты. В качестве базисной модели предметной области Math-Bridge использует онтологию абстрактных математических знаний. Она служит источником элементарных семантических метаданных и своего рода ориентиром для всех коллекций учебного материала⁵. Math-Bridge поддерживает богатый образовательный опыт: включает большой объем учебного материала с наглядной компьютерной иллюстрацией изучаемых математических моделей и методов, а также контрольные задания, предполагающие не только выбор одного из заданных ответов, а формирование обучающимся последовательности шагов, ведущих к решению (с пошаговым контролем системы). При этом используются различные типы учебных объектов: определений, теорем, доказательств, примеров и интерактивных упражнений⁶.

Программа включает разделы математики и информатики, отсутствующие в школьной программе (теория графов, теория чисел, 3D-моделирование, аддитивные технологии, основы цифровой экономики), а также примеры решения олимпиадных задач разного уровня сложности, олимпиад, турниров разного уровня.

Темы изучаемых занятий определяются не возрастом обучающихся, а тем, *сколько лет он изучает олимпиадные идеи*. Таково расположение материала во всех книгах, в которых описывается опыт по организации творческих объединений в системе дополнительного образования в ведущих математических центрах страны. Теоретические факты могут быть как открыты обучающимися на задачном материале, так и объяснены педагогом.

После изучения определенной темы (лекции, занятия по решению задач, домашняя подготовка) проводятся мероприятия по контролю усвоения. В зависимости от успехов обучающихся на занятиях и на отборах, а также от участия их в соревнованиях местного уровня в течение года они могут включаться в команды города, участвующие в соревнованиях уровня России по математике и программированию. Такой способ изучения нацеливает детей на более качественное изучение материала и позволяет командам города добиваться успеха на соревнованиях уровня России. Экскурсионные программы во время таких соревнований часто предполагают выход в высокотехнологичные компании, а также образовательные и научные организации соответствующего профиля для знакомства с их деятельностью. На ряде соревнований уровня России (например, на финале ВКОШП) компании-

⁴ Сосновский С.А., Гиренко А.Ф., Галеев И.Х. Информатизация математической компоненты инженерного, технического и естественнонаучного обучения в рамках проекта MetaMath // Международный электронный журнал "Образовательные технологии и общество (Educational Technology & Society)" - 2014. - V.17. - №4. - С.446-457. - ISSN 1436-4522. URL: <http://ifets.ieee.org/russian/periodical/journal.html>

⁵ Е.В. Малкина, В.И. Швецов. Использование интеллектуальной обучающей системы Math-Bridge в учебном процессе. //Современные **web**-технологии образовательного назначения: перспективы и направления развития. Сборник статей участников международной научно-практической конференции 13-15 мая 2016 г. / Под общ. ред.С.В. Мироновой, С.В. Напалкова; Арзамасский филиал ННГУ. – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2016. – 387 с. ISBN 978-5-9907933-1-6. С. 30-35.

⁶ Малкина Е.В., Швецов В.И. Интенсификация изучения математических дисциплин с использованием систем электронного обучения // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. – 2016. – № 2. – С. 134-138.

лидеры (Mail.ru, Yandex.ru, Google, Microsoft, Apple и др.), являясь спонсорами соревнований, *ведут жёсткую конкуренцию за каждого успешного школьника.*

В рамках освоения программы обучающиеся актуализируют знания методологии проектно-исследовательской деятельности и осваивают способы творческого (креативного) мышления для проектирования авторских задач.

Настоящая программа рассчитана только на работу в детском объединении в системе дополнительного образования. Для обучающихся выстраиваются индивидуальные маршруты (траектории) освоения программы.

Особенностью программы является и компонентность образовательно-воспитательного процесса, взаимосвязь между ними:

- I компонент - система дополнительного образования. Реализация дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы.
- Целью первого компонента является формирование образовательного пространства и реализация в рамках образовательной программы дополнительного образования детей, в первую очередь, задач воспитания. При реализации программы взрослые выступают в роли педагогов дополнительного образования, тренеров, наставников, педагогов – психологов, мастеров, а дети и подростки - в роли обучающихся, наставников (в системе «ребенок – ребенок»). В зависимости от темы, формы организации занятий строится адекватная система отношений, определяются нормы поведения в образовательном пространстве: ученичество, сотворчество и т.п.
- II компонент - система воспитательных мероприятий. Предназначение второго компонента - обеспечение создания воспитательного пространства, в котором реализуются проекты, мероприятия и акции по основным направлениям воспитательной деятельности с использованием разнообразных форм организации.
- III компонент - психолого-педагогическая поддержка и сопровождение обучающихся.

Уровень программы: углублённый.

Адресат программы

Возраст обучающихся по программе с 14 до 18 лет. Численность обучающихся в группе от 10 до 15 человек.

Объем программы по темам дано из расчета 144 часа в год. Темы курса независимы друг от друга и могут изучаться в любом разумном порядке; объем материала в каждой из них допускает естественное сокращение.

Сроки освоения программы

9 месяцев, 36 недель. Программа реализуется в течение календарного года с 1 сентября по 31 мая, включая каникулярное время.

Режим занятий: каждая группа занимается два раза в неделю по два часа, занятия по 45 минут.

Формы обучения и виды занятий

Обучение очное с элементами дистанционного обучения и применением средств электронного обучения. Лекции, практические занятия по решению задач, игровые занятия, математические бои, турниры, олимпиады.

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

144 часа, 4 часа в неделю

№ п/ п	Тема	Всего часов	Теория	Пра- ктика	Форма аттестации / контроля
1.	Введение	2	1	1	Входная диагностика
2.	Системы счисления. Основы теории множеств	4	2	2	Рейтинг
3.	Алгоритмические задачи	2	0	2	Рейтинг
4.	Основы комбинаторики и теории графов	16	6	10	Рейтинг
5.	Основы математической логики	6	2	4	Рейтинг
6.	Большие данные	2	2	0	Дистанционный опрос
7.	Математические соревнования	4	1	3	Устная олимпиада
8.	Основы теории игр	10	2	8	Рейтинг
9.	Основы теории чисел	16	6	10	Рейтинг
10.	Основы криптографии. Кибербезопасность	10	5	5	Рейтинг
11.	Блокчейн	2	2	0	Дистанционный опрос
12.	Работа с многочленами	12	4	8	Рейтинг
13.	Методы доказательства неравенств	10	4	6	Рейтинг
14.	Метод координат. Алгебраические кривые	16	6	10	Письменная работа
15.	Тригонометрия	4	2	2	Письменная работа
16.	Многогранники	4	2	2	Исследовательская работа
17.	Аддитивные технологии	10	2	8	Конкурс работ
18.	Элементы комбинаторной геометрии	4	1	3	Рейтинг
19.	Искусственный интеллект	6	3	3	Дистанционный опрос
20.	Квантовые технологии	4	4	0	Дистанционный опрос
		144	57	87	

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОГО ПЛАНА

Практическая часть *выделена курсивом.*

1. Введение

Содержание программы. Олимпиадные идеи, нестандартные задачи, исследовательские математические задачи. Проектирование и исследование, методы научного познания. Информационные цифровые технологии и интернет ресурсы как инструменты освоения идей математики.

Знакомство с техникой безопасности на рабочем месте.

Входная диагностика уровня знаний.

2. Системы счисления

Система счисления как способ записи чисел и соответствующие ему правила действий над числами. Общие сведения о системах счисления. Двоичная система счисления. Двоичная арифметика. Восемьричная и шестнадцатеричные системы счисления. Алгоритм перевода целых десятичных чисел в систему счисления с основанием q . Алгоритм перевода целых чисел из одной системы счисления в другую.

Позиционные и непозиционные системы счисления. Десятичная система счисления как пример позиционной системы счисления. Непозиционная римская система счисления.

Запись не целых чисел. Понятие о мощности множества. Мощности некоторых множеств, установление биекций. Канторово множество, ковёр и кладбище Серпинского, их свойства. Представление информации в компьютере.

Практикум по решению и составлению олимпиадных задач на системы счисления.

3. Алгоритмические задачи

Решение алгоритмических задач на стандартную (переправы, переливания, взвешивания) и нестандартную тематику (перекладывания, перекрашивания, считалки и т.п.).

Бинарный алгоритм возведения в степень. Сравнение алгоритмов по эффективности. Быстрейший алгоритм сортировки. Оценка количества действий.

Практикум по решению и составлению алгоритмических задач.

4. Основы комбинаторики и теории графов

Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без. Формулы для C_n^k .

Рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи, Люка и Каталана. Решение рекуррентных соотношений.

Формула включений - исключений. Диаграммы Юнга. Количество целых точек в круге и под гиперболой.

Понятие графа. Вершины и рёбра. Степень вершины. Классы графов (полные, тривиальные, однородные, кубические, двудольные, связные, планарные, деревья и т.п.) Классы вершин (изолированная, висячая и т.п.) Изоморфные графы. Граф Петерсена. Эйлеровы и гамильтоновы цепи и циклы.

Теоремы о связности и о деревьях. Теоремы о планарности. Доказательство не планарности графов. Раскраски вершин и рёбер графа. Компьютерные доказательства, теорема о четырёх красках. Критерий двудольности. Хроматическое число. Основы теории Рамсея.

Исследование состояний системы с помощью графовых моделей. Практикум по решению и составлению задач на графы.

5. Основы математической логики

Высказывания. Логические операции. Построение таблиц истинности для логических выражений. Свойства логических операций. Логические элементы и реализация математической логики на компьютере.

Практикум по решению и составлению логических задач. Обобщение и систематизация знаний по математическим основам информатики. Исследовательская работа.

6. Большие данные

Экстремальные задачи. Методы анализа информации. Понятие о смысле и понимании. Форматы сохранения данных. Понятие о больших данных: техники и технологии, извлекающие смысл из данных на экстремальном пределе практичности. Горизонтально масштабируемые программные инструменты.

7. Математические соревнования

Разновидности форм проведения соревнований: командные и личные, устные и письменные, в один и в несколько туров. Математические игры. Математический бой, понятие о стратегии команды.

Проведение устной олимпиады.

8. Основы теории игр

Основные понятия. Соглашения в математических играх. Игры с полной информацией. Минимакс. Теорема о решении игры с конечным числом не повторяющихся состояний.

Выигрышные и проигрышные позиции, их расчёт. Игра «Ним», поразрядное двоичное сложение («ним-сумма»). Функция Гранди.

Идея многих заготовок. Идея передачи хода. Идея «заповедник». Симметричные ответы и стратегии дополнения.

Практикум по решению и составлению игровых задач.

9. Основы теории чисел

Определение и свойства делимости. Остатки. Теорема о делении с остатком. Простые и составные числа. Теорема Евклида, решето Эратосфена. Китайская теорема об остатках. Признаки делимости.

Общий делитель и общее кратное. НОД и НОК. Лемма о разложении НОД. Решение уравнений вида $ax+by=c$ в целых неотрицательных числах. Поиск НОД. Алгоритм Евклида. Основная теорема арифметики.

Целые части и факториалы. Теорема о спектрах. Ряды Фарея. Аликвотные дроби, алгоритм Фибоначчи. Методы решения уравнений в целых числах: разложение на множители, представление в виде суммы квадратов, спуск, остатки. Уравнения Пелля.

Сравнения. Критерий Вильсона. Теоремы Эйлера и Ферма.

Практикум по решению и составлению задач теории чисел.

10. Основы криптографии. Кибербезопасность

Шифрование и расшифровка. Алгоритм и ключи шифрования. Симметричные и асимметричные шифры. Криптоанализ, криптографическая стойкость.

Электронная цифровая подпись, центры сертификации.

Алгоритм RSA, его изучение и обоснование. Подходящие дроби. Атаки на алгоритм RSA.

Понятие о кибербезопасности. Объекты атаки, риски. Обнаружение и предотвращение атак.

Практикум по обмену сообщениями на основе RSA.

11. Блокчейн

Описание технологии. Роль блокчейна для криптовалюты биткоина. Функции блокчейна и перспективы применения.

12. Работа с многочленами

Степень суммы и произведения. Деление столбиком. Теорема о делении с остатком. Теорема Безу. Делимость $f(a)-f(b)$ на $a-b$. Теорема о рациональных корнях. Поиск $f(1)$, $f(-1)$. Целозначные многочлены. Критерий неприводимости Эйзенштейна. Круговые многочлены. Формулы Кардано. Метод Феррари. Решение уравнений 3-й и 4-й степени некоторых специальных классов.

Функциональные свойства многочленов. Представимость функции в виде суммы чётной и нечётной. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Многочлены Чебышева. Решение уравнений вида $f(f(x))=x$. Функциональные уравнения. Проблема Варинга для многочленов. 17-я проблема Гильберта.

Практикум по решению и составлению олимпиадных задач на алгебраическую тематику. Разложение многочленов на множители в программе MathCad.

13. Методы доказательства неравенств

Неравенство Мюрхеда и основы теории мажоризации. Введение фиктивной переменной. Транснеравенство, неравенства о средних, их доказательство. Представление в виде суммы квадратов. Сумма обратных величин. Неравенства для n чисел. «Длинные» числовые неравенства.

Практикум по доказательству неравенств.

14. Метод координат. Алгебраические кривые

Прямоугольная (декартова) система координат на плоскости и в пространстве. Уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Угол между прямыми. Построение перпендикулярных и параллельных прямых, содержащих данную точку. Полярные, цилиндрические и сферические координаты.

Понятие об уравнении линии. Уравнения кривых второго порядка. Некоторые кривые порядка выше второго. Понятие о классификации кривых. Распадающиеся и не распадающиеся кривые. Как для кривой, заданной уравнением $f(x, y) = 0$, по изображению обнаружить разложимость многочлена $f(x, y)$ на множители.

Работа с кривыми в математических программах. Изучение плоскостей в программах 3D моделирования. Создание геометрических фигур в эскизах.

15. Тригонометрия

Все основные формулы и их вывод. Ограниченность синуса и косинуса. Радианы. О пределе синуса в нуле. Теоремы синусов, косинусов и тангенсов. Тригонометрия в геометрических расчётах.

Практикум по решению олимпиадных задач на алгебраическую и геометрическую тематику с применением тригонометрии.

16. Многогранники

Способы определения многогранника. Выпуклость. Разрезание на тетраэдры. Классификация правильных многогранников. Эйлерова характеристика. Понятие о равносторонности, инварианты Дэна.

Исследовательская работа. Заполнение ящика кирпичами. Задача о максимально плотной упаковке шаров.

17. Аддитивные технологии

3D-моделирование, 3D-печать, 3D-сканирование. Обзор применений.

Знакомство с работой 3D-принтера. Изготовление моделей многогранников.

18. Элементы комбинаторной геометрии

Выпуклость. Инварианты и раскраски. Математическая индукция и принцип Дирихле в геометрии. Целочисленные решётки, формула Пика. Системы точек и отрезков, примеры и контрпримеры. Упаковки, замощения и покрытия. Преследование на плоскости.

Практикум по решению и составлению задач комбинаторной геометрии.

19. Искусственный интеллект

Сильный и слабый искусственный интеллект. Направления развития возможностей интеллектуальных систем. Машинное обучение. Обработка текста на естественном языке. Виртуальные агенты.

Исследование процесса обучения простейших нейросетей.

20. Квантовые технологии

Особенности квантовой механики. Кубиты, квантовые регистры. Квантовые алгоритмы, выигрыш в эффективности. Квантовые компьютеры, квантовая телепортация.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты

- развитие научного мировоззрения;
- повышение мотивации и познавательной активности;
- устойчивый познавательный интерес;
- умение принимать неочевидные решения, видеть нестандартные ходы как в учебной деятельности, так и в повседневной жизни;
- значительное опережение сверстников в областях знаний, связанных с математикой и программированием;
- успешное участие в соревнованиях уровня России и международного уровня;
- поступление школьников на математические, физические, технические, программистские специальности ведущих ВУЗов страны.

Метапредметные результаты

- использование компьютерных технологий и интернет ресурсов как инструментов научного познания;
- применение методов научного познания;
- освоение методов, способов, приёмов латерального мышления;
- умение эффективно работать над поставленной проблемой в коллективе;
- способность самостоятельно изучать материал;
- умение планировать деятельность;
- способность к самоконтролю и самоанализу;
- умение применять знания в смежных с математикой областях деятельности.

Предметные результаты

- усвоение содержания программы;
- пользовательское освоение математического программного обеспечения;
- приобретение определённой культуры при решении математических исследовательских задач;
- получение некоторыми школьниками собственных исследовательских результатов;
- успешное выступление на математических соревнованиях.

Образовательные результаты по цифровым технологиям

- понимание концепций изученных цифровых технологий (в части, доступной для усвоения старшими школьниками)
- ознакомление с некоторыми математическими, физическими, алгоритмическими основами работы цифровых технологий и с некоторыми их конкретными применениями;
- приобретение навыков практической работы в нескольких математических программах.

КОМПЛЕКС ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

1. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

Материально-техническое обеспечение

Для успешной реализации программы необходимы:

- помещения, удовлетворяющие требования к образовательному процессу в учреждениях дополнительного образования
- кабинет математики
- компьютеры (10)
- 3D-принтер, 3D-сканер
- мультимедиа, принтер и ксерокс для работы педагогов
- телефон с выходом на межгород
- доступ в сеть Интернет

Информационное обеспечение

Интернет-ресурсы для подготовки обучающихся

Предмет	Адрес Интернет-ресурса	Примечания
Все	ru.wikipedia.org	Энциклопедия
Все	olimpiada.ru/	Информация по проведению олимпиад
Все	olymp.mioo.ru/	Подготовка обучающихся к олимпиадам по всем предметам
Все	edinstvo.edu.ru	Сайт детско-юношеского центра «Единство» (г. Вологда)
Математика	zaba.ru/	Задания зарубежных национальных олимпиад
Математика	allmath.ru/olimpschool1.htm	Задачи Всесоюзных олимпиад по математике
Математика	problems.ru	Задания для подготовки к математическим олимпиадам
Математика	euclidea.xyz/	Интерактивные задачи по геометрии
Математика	mccme.ru/free-books/	Свободно распространяемые издания по математике
Информатика	neerc.ifmo.ru/school/russia-team/index.html	Материалы Всероссийской командной олимпиады школьников по программированию
Информатика	informatics.mccme.ru/	Дистанционная подготовка к олимпиадам по программированию
Информатика	codeforces.com	Соревнования по программированию

Интернет-ресурсы

<https://www.mccme.ru/free-books/>

<https://sites.google.com/site/prasolovskacatmoiknigi/>

http://kvant.mccme.ru/oblozhka_djvu.htm

<http://kvant.mccme.ru/key.htm>

http://www.mathnet.ru/php/presentation.phtml?option_lang=rus

Алгоритмизация

<https://www.coursera.org/learn/algorithmizacija-vychislenij> — курс по алгоритмизации вычислений

Наука о данных (Data Science)

<https://www.coursera.org/specializations/machine-learningdata-analysis> — набор курсов по анализу данных

Математика

<https://www.coursera.org/learn/mathematics-and-python> — курс математики, включающий основы математического анализа, линейной алгебры, методов оптимизации, теории вероятностей и математической статистики

2. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ

Обучающиеся должны знать математические идеи; иметь навыки использования компьютерных цифровых технологий и интернет ресурсов как инструмента познания; применять их при решении математических задач. Проверкой результативности усвоения идей являются *математические соревнования*, а также достижения школьников, полученные ими в ходе *исследовательской деятельности*. Успешность обучения определяется не местом, занятым школьником на соревновании, а числом решенных им задач и сложностью самих задач. Проверка усвоения математического содержания программы осуществляется также *с помощью рейтинга активности на занятиях и в процессе практических занятий, как по математическим разделам программы, так и по изучению технологий, основанных на конкретной математической базе*. Два раза в год в ходе *промежуточной и итоговой аттестации* осуществляется мониторинг результатов обучения и личностного развития обучающихся в ходе освоения дополнительной образовательной программы.

В качестве поощрения для наиболее успешно занимающихся школьников используются награждения по результатам их олимпиадной деятельности в течение года, поездки в лагеря и на сборы, на соревнования за пределы города и области, обеспечение необходимой литературой.

Мониторинг результативности обучения

Ожидаемый результат	Параметры	Критерии	Методы отслеживания
Умение принимать неочевидные решения, видеть нестандартные ходы как в учебной деятельности, так и в повседневной жизни	Изобретение способов решения проблем по красоте превосходящих авторские (общепринятые)	Статистика, а также красота и оригинальность таких решений	Анализ разрозненной информации
		Количество человек, отмечающих изменения, произошедшие в ребенке	Педагогический консилиум
Значительное опережение свер-	Наличие обращений за помощью	Количество обращений	Наблюдения учителей, беседа

стников в областях знаний, связанных с математикой	по предмету со стороны старших школьников и студентов к кружковцам		
	Успешность выступлений на соревнованиях	Количество побед на математических соревнованиях за более старшие классы (возрастные группы)	Анализ результатов соревнований
Умение эффективно работать над поставленной проблемой в коллективе	Соотношение коллективного и индивидуальных результатов	Наличие и адекватность распределения ролей в коллективе в ходе совместного решения проблем	Наблюдение Беседа Эксперимент
		Сравнение коллективного и суммы личных результатов	
	Изменения круга общения ребенка	Рост количества друзей среди членов кружка Исчезновение барьеров общения по разным признакам	Социометрия Анкетирование Наблюдение Эксперимент
Устойчивый интерес к предмету и к внепрограммному материалу	Место учебного предмета в жизни ребенка	Длительность и частота (интенсивность) занятий математикой вне школы и кружка «в свое удовольствие»	Беседа с родителями Наблюдение
	Обращение к педагогу по вопросам содержания, непосредственно не связанным с изучаемым материалом	Количество обращений Характер вопросов и сообщений, глубина заинтересованности	Статистика (беседы при личной встрече, по телефону, e-mail, в соцсетях)
Способность самостоятельно изучать материал	Наличие умения самостоятельно изучать трудные или значительные по объему темы	Степень самостоятельности (участие педагога)	Самоанализ Беседа Проверка письменных работ
		Качество усвоения	
Умение планировать свою деятельность	Развитие навыков планирования	Количество усвоенных компонент (построение сложных планов, учет взаимосвязей при «распа-	Наблюдение Эксперимент Беседа с родителями

		параллелизации работы)	
	Умение распределять нагрузку по времени	Степень равномерности распределения нагрузки	
Способность к самоконтролю	Умение контролировать ход выполнения работ, требующих длительного времени	Эффективность и результативность контроля	Наблюдение Эксперимент Беседа с родителями
Умение составлять олимпиадные математические задачи	Успешность ребенка как «математического композитора»	Уровень сложности задач	беседа
		Количество задач в год	
		Красота идей	
Получение некоторыми школьниками научных результатов	Успешность исследовательской деятельности	Спонтанность	Наблюдение Беседа Анализ результатов детей
		Результативность	
		Широта областей исследования	
		Глубина исследования	
	Самостоятельность при получении результатов	Степень участия научного руководителя	Оценка эксперта Беседа с ребенком и руководителем
	Новизна результатов	Наличие опубликованных работ с теми же результатами у других авторов: если «да» - то степень известности результатов для школьника	Переписка Работа с источниками
	Научная значимость результатов	Представляет ли интерес в научных кругах	Переписка
Массовость	Количество школьников, занимающихся научной деятельностью	Анализ информации от детей, из школ	
Успешное выступление на математических соревнованиях	Рост успехов школьников (каждого в отдельности) и статистика по учебной группе	Сравнение уровня соревнований, набранных баллов, дипломов, мест	Анализ результатов соревнований
Поступление на математические	Наличие высокого процента школь-	Статистика по ВУЗам	Анализ достоверно разроз-

специальности ведущих ВУЗов страны	ников, поступивших на математические специальности ведущих ВУЗов страны	Статистика по профилю обучения	ненных сведений из бесед с детьми, их родителями и учителями
	Наличие учеников, для которых математика стала профессией	Да/нет, если «да» то список	
Усвоение математического содержания программы	Глубина усвоения математических знаний	% материала, который ребенок запомнил	Эксперимент (проверочная работа) Беседа
	Широта применения математических знаний	Количество и значимость параметров задачи, при изменении которых школьник умеет ее решать	Эксперимент (проверочная работа)
Беседа			
Наличие определенной культуры при решении математических задач и работе в цифровой среде	Умение ясно излагать мысли как устно, так и письменно	Отсутствие неверно понятых рассуждений сверстниками и взрослыми	Наблюдение Сравнение результатов на соревнованиях до и после апелляции с последующим выяснением причины в беседе с ребенком Беседа с командами по окончании командных соревнований
	Отсутствие логических ошибок в рассуждениях	Расширение набора схем рассуждений, выполняемых без логических ошибок	Наблюдение Проверка письменных работ
	Умение алгоритмизировать процесс поиска решения с применением компьютерных технологий и интернет ресурсов	Увеличение числа известных школьнику алгоритмов поиска решения	Наблюдение Беседа Проверка письменных работ
Результативность применения алгоритмов поиска решения		Наблюдение Беседа Проверка письменных работ	

Умение применять знания в смежных с математикой областях деятельности	Улучшение успеваемости, успехов на соревнованиях в смежных с математикой областях	Корреляция между успешностью занятий олимпиадной математикой и успешностью занятий математикой и естественнонаучными дисциплинами (победы в соревнованиях, успеваемость)	Анализ достаточно разрозненных сведений из бесед с детьми, их родителями и учителями Анализ статистических таблиц участия в соревнованиях
---	---	--	--

Оценочные материалы по математическим идеям (образец)

1. Каждый ученик класса дружит ровно с тремя одноклассниками. Обязательно ли они могут сесть за парты так, что за каждой партой будет сидеть двое друзей?

2. На столе лежит 7 монет по 1 дукату и 7 монет по 3 дуката. Играют двое игроков, ходят по очереди. За один ход можно взять со стола любую сумму от 1 до 5 дукатов. Тот, кто взял последние монеты, объявляется победителем. Кто выиграет при правильной игре - начинающий или его партнёр - и как он должен действовать, чтобы выиграть?

3. Найдите какие-нибудь пять подряд идущих натуральных чисел такие, что сумма квадратов трёх из них равна сумме квадратов остальных двух.

4. На шахматной доске 4×4 расположена фигура – «летучая ладья», которая ходит так же, как обычная ладья, но не может за один ход стать на поле, соседнее с предыдущим. Может ли она за 16 ходов обойти всю доску, становясь на каждое поле по разу, и вернуться в исходное поле?

5. Имеется 100 яблок, любые два из которых отличаются по весу. За 160 взвешиваний на чашечных весах без гирь найдите два самых тяжёлых и два самых лёгких яблока.

6. Торт имеет форму прямоугольного параллелепипеда, верхняя грань которого – квадрат. Верх и бока торта равномерно покрыты глазурью. Разделите торт на 5 частей, чтобы все части содержали поровну и торта, и глазури.

7. Можно ли в коробке со сторонами 50, 50 и 120 см расположить 25 кирпичей со сторонами 10, 30 и 40 см?

8. Соедините вершины квадрата со стороной 4 набором отрезков, суммарная длина которых меньше 11.

9. После перестановки цифр натуральное число уменьшилось в 3 раза. Докажите, что оно делилось на 27.

10. По прямой летят с равными скоростями 10 одинаковых шариков: 5 слева и 5 справа. После столкновения шарики с теми же скоростями летят в противоположные стороны. Сколько столкновений произошло?

Критерии оценки выполнения заданий

1. На итоговую аттестацию учащийся получает вариант заданий, состоящий из 4-5 заданий, в некоторых из них требуется придумать новые идеи. Результат выполнения каждого задания оценивается от 0 до 7 баллов. Учащийся получает оценку «зачёт-отлично», если набирает балл выше половины от максимально возмож-

ного балла; оценку «зачёт-хорошо», если набирает выше 25%, но не выше 50% от максимально возможного балла; оценку «зачёт-удовлетворительно», если набирает выше 10%, но не выше 25% от максимально возможного балла; оценку «незачёт», если набирает не выше 10% от максимально возможного балла.

2. Обучающиеся, имеющие успехи на финалах (заключительных этапах) соревнований и научно практических конференций школьников Всероссийского и/или международного уровня по математике и программированию (дипломы победителя, призёра, 1, 2, 3 степени, грамоты, похвальные отзывы, благодарности, специальные призы), получают на итоговой аттестации оценку «зачёт-отлично».

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Для разработки программы и ее адаптации к требованиям цифровой экономики использовался опыт создания электронного дистанционного учебного курса ФГАОУ ВО «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» для подготовки школьников к участию в математических олимпиадах. Для достижения лучшего результата обучения предлагается комплексно использовать сочетание нескольких программных систем Moodle, Math-Bridge, GeoGebra.

Информационно-методические ресурсы

Межрегиональная олимпиада школьников «Будущие исследователи – будущее науки» URL: <http://www.unn.ru/bibn/>

Малкина Е.В., Швецов В.И. О контроле качества электронных управляемых курсов при формировании электронной образовательной среды. // Web-технологии в образовательном пространстве: проблемы, подходы, перспективы. Сборник статей участников международной научно-практической конференции 26-27 марта 2015 г. Н. Новгород: /Под общей редакцией С.В. Арюткиной, С.В. Напалкова; Арзамасский филиал ННГУ. - Н. Новгород, ООО «Растр-НН», 2015. - 581 с. ISBN 978-5-9906469-1-9. 2015. С. 76-82.

Официальный сайт Moodle URL: <https://moodle.org/?lang=ru>.

Система электронного обучения ННГУ. URL: <http://e-learning.unn.ru/>

Официальный сайт Math-Bridge. URL: <http://www.math-bridge.org/>

Сосновский С.А., Гиренко А.Ф., Галеев И.Х. Информатизация математической компоненты инженерного, технического и естественнонаучного обучения в рамках проекта MetaMath // Международный электронный журнал «Образовательные технологии и общество (Educational Technology & Society)» - 2014. - V.17. - №4. - С.446-457. - ISSN 1436-4522. URL: <http://ifets.ieee.org/russian/periodical/journal.html>.

Малкина Е.В., Швецов В.И. Использование интеллектуальной обучающей системы Math-Bridge в учебном процессе. //Современные web-технологии образовательного назначения: перспективы и направления развития. Сборник статей участников международной научно-практической конференции 13-15 мая 2016 г. / Под общ. ред.С.В. Мироновой, С.В. Напалкова; Арзамасский филиал ННГУ. – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2016. – 387 с. ISBN 978-5-9907933-1-6. С. 30-35.

Малкина Е.В., Швецов В.И. Интенсификация изучения математических дисциплин с использованием систем электронного обучения / // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. – 2016. – № 2. – С. 134-138.

Официальный сайт GeoGebra. URL: <http://www.geogebra.org/>
Адрес плагина mod_geogebra на сайте Moodle URL: https://moodle.org/plugins/mod_geogebra (дата обращения: 15.01.2017).

Каталонская ассоциация GeoGebra. URL: <http://acgeogebra.cat/>.

Далингер В.А. Когнитивно-визуальный подход и его особенности в обучении математике. — URL: <http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-151.pdf>

Шабанова М.В. и др. Обучение математике с использование возможностей GeoGebra: Коллективная монография. — М.: Изд-во Перо, 2013. —127 с.].

Садовничий Ю.В., Туркменов Р.М. Вестник РУДН, серия *Информатизация образования*, 2015, № 2 78-85.

Адрес плагина qtype_geogebra на сайте Moodle URL: https://moodle.org/plugins/qtype_geogebra.

Шарыгин И., Ягубьянц А. Окружность девяти точек и прямая Эйлера// «Квант» №8, 1981 г. , С 34-37

Методические статьи

Сгибнев А. И. Как задавать вопросы? // Математика. 2007. №12. С. 30–41 (<http://www.mcsme.ru/nir/uir/vopr.pdf>). Приведен ряд способов открыто формулировать задачи.

Сгибнев А. И. Экспериментальная математика // Математика. 2007.№3. С. 2–8 (<http://www.mcsme.ru/nir/uir/exp.pdf>). Обсуждается роль эксперимента в математике и на уроке математики, приведено много задач индуктивного типа.

Ройтберг М. А. Игра в полосу [Электронный ресурс] // Полином. 2009.№1. С. 37–46(<http://www.mathedu.ru/polinom/polinom2009-1.pdf>). На примере несложной задачи на изобретение алгоритма высказываются важные соображения о процессе решения исследовательских задач вообще.

Скопенков А. Б. Размышления об исследовательских задачах для школьников // Математическое просвещение. 2008. №12. С. 23–32 (<http://www.mcsme.ru/circles/oim/issl.pdf>). Изложены мысли о научно-исследовательской работе школьников: подбор задачи, требования к работе, подготовка доклада, выбор конференции, примеры работ.

Сгибнев А. И. Что такое исследовательская работа школьника по математике? (<http://www.mcsme.ru/nir/uir/vern.pdf>). Дается описание, примеры хороших исследовательских работ, предостережения против типичных ошибок.

Авторские методические материалы

Смирнов А.И. Подготовка к математическим соревнованиям// Методическое пособие для педагогов и обучающихся. ДЮЦ «Единство», 2016.

Смирнов А.И. Олимпиадная математика // Сборник задач. ДЮЦ «Единство», 2016.

ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Муниципальные олимпиады Московской области по математике. – М.: МЦНМО, 2019. – 400 с.
2. Арнольд В. И. Экспериментальная математика. – М.: МЦНМО, 2018. – 184 стр.
3. Ахмадиев Ф. Г., Гиззятов Р. Ф., Габбасов Ф. Г. Решение прикладных задач с помощью табличного процессора Excel. – Казань: КГАСУ, 2014. – 42 с.

4. Бабинская И.Л. Задачи математических олимпиад. - М.: Просвещение, 1965. - 46с.
5. Васильев А. Н. Числовые расчеты в Excel: Учебное пособие. – СПб: Издательство «Лань», 2014. – 608 с.
6. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – М.: МЦНМО, 2019. – 400 с.
7. Гельфанд И.М., Львовский С.М., Тоом А.Л. Тригонометрия. – М.: МЦНМО, 2019. – 200 с.
8. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: МЦНМО, 2019. – 560 с.
9. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. М.: МЦНМО, 2002. - 120 с.
10. Ефимова И. Ю. Компьютерное моделирование: сб. практ. работ/ И. Ю. Ефимова, Т. Н. Варфоломеева. – 2-е изд., стер. – М.: Флинта, 2014. – 67 с.
11. Колосов В.А. Теоремы и задачи алгебры, теории чисел и комбинаторики. М.: Гелиос АРВ, 2001. – 256 с.
12. Лешан А.А. Сборник задач московских математических олимпиад. – М.: Просвещение, 1965. – 265 с.
13. Литвак Н., Райгородский А. М. Кому нужна математика? Понятная книга о том, как устроен цифровой мир. – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2017. –192 с.
14. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные занимательные задачи. - М.: Дрофа, 2002. – 176 с.
15. Рудикова Л. В. Microsoft Excel для студента. – СПб: БХВ – Петербург, 2005. – 368 с.
16. Савельев В.. Статистика и котики. – М.: АСТ, 2018. – 192 с.
17. Спивак А.В. Тысяча и одна задача по математике. М.: Просвещение, 2002. - 207 с.
18. Яковлев И.В. Комбинаторика для олимпиадников. – 3-е изд., стереотипное. – М.: МЦНМО, 2019. – 80 с.

ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ПЕДАГОГА

1. LXV Московская математическая олимпиада. М.: МЦНМО, 2002. - 24 с.
2. LXVI Московская математическая олимпиада. М.: МЦНМО, 2003. - 24 с.
3. Арнольд И. В. Теоретическая арифметика. – М.: Государственное учебно-педагогическое издательство «Москва», 1938. – 480 с.
4. Ахмадиев Ф. Г., Гиззятов Р. Ф., Габбасов Ф. Г. Решение прикладных задач с помощью табличного процессора Excel. – Казань: КГАСУ, 2014. – 42 с.
5. Бабинская И.Л. Задачи математических олимпиад. - М.: Просвещение, 1965. - 46с.
6. Балк М.Б., Балк Г.Д. Математика после уроков: Пособие для учителей. - М.: Просвещение, 1971. - 462 с.
7. Батуров Д.П., Ноздрин А.И. Как научиться решать задачи по математике. Орел, 2002. - 48 ср.
8. Бугаенко В.О. Уравнения Пелля. М.: МЦНМО, 2001. - 32 с.
9. Бугаенко В.О. Турниры им. Ломоносова. М.: МЦНМО, 1998. - 160 с.
10. Васильев А. Н. Числовые расчеты в Excel: Учебное пособие. – СПб: Издательство «Лань», 2014. – 608 с.
11. Гардер М. Математические новеллы. Перевод с английского Ю. А. Данилова. Под ред. Я. А. Смородинского – М.: Издательство «Мир», 1974. – 456 с.
12. Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник. – 11-е изд. – М.: МЦНМО, 2019. – 56 с.
13. Гуровиц В. М., Ховрина В. В. Графы. – 7-е изд., стереотипное. – М.: МЦНМО, 2019. – 56 с.
14. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. М.: МЦНМО, 2002. - 120 с.
15. Ефимова И. Ю. Компьютерное моделирование: сб. практ. работ/ И. Ю. Ефимова, Т. Н. Варфоломеева. – 2-е изд., стер. – М.: Флинта, 2014. – 67 с.
16. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике. СПб.: Невский диалект, 2002. - 192 с.
17. Заочные математические олимпиады. М.: Наука, 1981. - 128 с.
18. Заславский А.А. Геометрические преобразования. М.: МЦНМО, 2003. - 84 с.
19. Зельдович Я. Б., Яглом И. М. Высшая математика для начинающих физиков и техников. – М.: Наука, 1982. – 512 с.
20. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2001. - 96 с.
21. Колосов В.А. Теоремы и задачи алгебры, теории чисел и комбинаторики. М.: Гелиос АРВ, 2001. - 256 с.
22. Лешан А.А. Сборник задач московских математических олимпиад. -М.: Просвещение, 1965. - 265 с.
23. Литвак Н., Райгородский А. М. Кому нужна математика? Понятная книга о том, как устроен цифровой мир. – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2017. –192 с.
24. Лоповок Л.М. Математика на доске: Книга для обучающихся среднего школьного возраста. - М.: Просвещение, 1981. - 158 с.
25. Маренич А. С., Маренич Е. Е.. Использование Wolfram Alpha при решении математических задач: методические указания. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. – 37 с.
26. Математика: Интеллектуальные марафоны, турниры, бои: 5-11 класс: Книга для

- учителя. М.: Первое сентября, 2003. - 256 с.
27. Мельников О. И.. Занимательные задачи по теории графов: Учеб.-метод. пособие. – Изд-е 2-е, стереотип. – Минск: «ТеатраСистемс», 2001. – 144 с.
 28. Мерзляков А.С. Чётность и аналоги чётности. Ижевск, 2002. - 51 с.
 29. Мерзляков. А.С. Математика. Факультативный курс. Ижевск, 2002. - 318 с.
 30. Мительман И.М. Раскрасим клетчатую доску. Ижевск, 2002. - 56 с.
 31. Моисеев Н. Н. Математика ставит эксперимент. Наука. – М.: Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 222 с.
 32. Мякишев А.Г. Элементы геометрии треугольника. М.: МЦНМО, 2002. - 32 с.
 33. Нестеренко Ю.В., Олехник С.Н., Потапов М.К. Лучшие задачи на смекалку. - М.: Научно-технический центр «Университетский»: АСТ-ПРЕСС, 1999. -304 с.
 34. Олимпиады. Алгебра. Комбинаторика. Новосибирск, 1979. - 176 с.
 35. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980. - 336 с.
 36. Панфилова, Т.Л. Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики: методические рекомендации / Т.Л. Панфилова, Я.А. Сатин, Н.А. Цыпленкова ; Департамент образования Вологод. обл., Вологод. ин-т развития образования, Вологод. гос. ун-т. – Вологда: ВИРО, 2016. – 128 с.
 37. Пойа Д. Как решать задачу. Перевод с английского В. Г. Звонаревой и Д. Н. Белла. Под ред. Ю. М. Гайдука. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, 1961. – 204 с.
 38. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. Перевод с английского И. А. Вайнштейна. Под ред. С. А. Яновской. – М.: Издательство «Наука», 1975. – 464 с.
 39. Поршнева С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете Matlab: Учебное пособие. 2-е изд., испр. – СПб: Издательство «Лань», 2011. – 736 с.
 40. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. (Любое издание.)
 41. Прасолов В.В. Многочлены. М.: МЦНМО, 2003. - 336 с.
 42. Российские математические олимпиады школьников. Ростов-на-Дону: Феникс, 1996. - 640 с.
 43. Стибнев А. И. Исследовательские задачи для начинающих. 2-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2015. – 136 с.
 44. Физико-математические олимпиады. М.: Знание, 1977. - 160 с.
 45. Фляйшнер Г. Эйлеровы графы и смежные вопросы. М.: Мир, 2002. - 335 с.
 46. Харари Ф. Теория графов. М., 2003. - 296 с.
 47. Черемушкин А.В. Лекции по арифметическим алгоритмам в криптографии. М.: МЦНМО, 2002. - 104 с.
 48. Шевелев Ю. П. Дискретная математика, Ч. 1: Теория множеств. Булева алгебра (Автоматизированная технология обучения «Символ»): Учебное пособие. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2003. – 118 с.
 49. Шкляр В. Н. Планирование эксперимента и обработка результатов. – Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2010. – 90 с.
 50. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика и алгебра. М.: Наука, 1976. - 384 с.
 51. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика и алгебра. М.: Физматлит, 2001. - 480 с.
 52. Школьные математические олимпиады. М.: ДРОФА, 2002. - 128 с.

53. Шуба М.Ю. Занимательные задания в обучении математике: Книга для учителя. - М.: Просвещение, 1995. - 222 с.
54. Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики: методические рекомендации/ Т.Л. Панфилова, Я.А. Сатин, Н.А. Цыпленкова ; Департамент образования Вологод. обл., Вологод. ин-т развития образования, Вологод. гос. ун-т. – Вологда: ВИРО, 2016.–128 с.: табл.
55. Яценко И.В. Приглашение на математический праздник. - М.: МЦНМО, 2005. - 104 с.

ИЗБРАННЫЕ СТАТЬИ, СОДЕРЖАЩИЕ ТЕМЫ И ЗАДАЧИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Шабат Г. Б., Сгибнев А. И. Простые делители оберквадратов [Электронный ресурс] // Полином. 2009. №1. С. 30–36 (<http://www.mathedu.ru/polinom/polinom2009-1-view.pdf>).
2. Шабат Г. Б., Сгибнев А. И. Формула Эйлера и теорема Понселе [Электронный ресурс] // Полином. 2009. №2. С. 22–27 (<http://www.mathedu.ru/polinom/polinom2009-2-view.pdf>).
3. Сгибнев А. И. Исчисление змей для начинающих [Электронный ресурс] // Полином. 2009. №3. С. 63–67 (<http://www.mathedu.ru/polinom/polinom2009-3-view.pdf>).
4. Сгибнев А. И. Как решать кубические уравнения, если ты не матшкольник? [Электронный ресурс] // Полином. 2010. №1. С. 23–32 (<http://www.mathedu.ru/polinom/polinom2010-1-view.pdf>).
5. Сгибнев А. И. Отображения параметрических плоскостей треугольников // Математика. 2011. №11 (http://www.mccme.ru/mmks/dec10/sgibnev_parameters.pdf).
6. Шабат Г., Сгибнев А. Склейки многоугольников // Квант. 2011. №3. С. 17–22 (<http://www.mccme.ru/nir/uir/sklejki-last.pdf>).
7. Сгибнев А. И. Задача о кубиках, или Кости Зихермана // Потенциал. 2012. №11. С. 11–18.
8. Арнольд В. Меандры // Квант. 1991. №3. С. 11–14 (<http://kvant.mccme.ru/1991/03/meandry.htm>). Кроме того, во всех номерах журнала Полином (<http://www.mathedu.ru/e-journal/>) есть отчеты о семинаре учебно-исследовательских работ [С1] с постановками задач и примерами.

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

Название программы Основы цифровой математики

ФИО педагога Смирнов Алексей Иванович

Учебный год _____

Продолжительность обучения 9 месяцев

Количество часов в год 144

Количество учебных недель 36

Количество часов в неделю 4

Расписание занятий

Праздничные дни 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 января, 23 февраля, 8 марта, 1 мая, 9 мая, 4 ноября

Промежуточный контроль декабрь

Итоговый контроль май

Сроки	Темы	Всего	Теория	Практика	Форма аттестации/ контроля
	Введение	2	1	1	Входная диагностика
	Системы счисления. Основы теории множеств	4	2	2	Рейтинг
	Алгоритмические задачи	2	0	2	Рейтинг
	Основы комбинаторики и теории графов	16	6	10	Рейтинг
	Основы математической логики	6	2	4	Рейтинг
	Большие данные	2	2	0	Дистанц. опрос
	Математические соревнования	4	1	3	Устная олимпиада
	Основы теории игр	10	2	8	Рейтинг
	Основы теории чисел	16	6	10	Рейтинг
	Основы криптографии. Кибербезопасность	10	5	5	Рейтинг
	Блокчейн	2	2	0	Дистанц. опрос
	Работа с многочленами	12	4	8	Рейтинг
	Методы доказательства неравенств	10	4	6	Рейтинг
	Метод координат. Алгебраические кривые	16	6	10	Письменная работа
	Тригонометрия	4	2	2	Письменная работа
	Многогранники	4	2	2	Рейтинг
	Аддитивные технологии	10	2	8	Конкурс работ
	Элементы комбинаторной геометрии	4	1	3	Рейтинг
	Искусственный интеллект	6	3	3	Дистанц. опрос

Сроки	Темы	Всего	Теория	Практика	Форма аттестации/ контроля
	Квантовые технологии	4	4	0	Дистанц. опрос
		144	57	87	